**Problema #1**

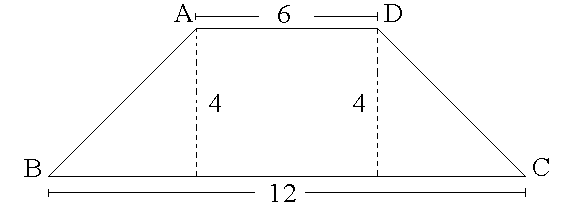
Demostrar si P(x) = es un polinomio cuadrático, y que sus raíces son:

Como a≠0, podemos reescribir el polinomio P(x) como

Luego, y son sus raíces.

**Problema #2**

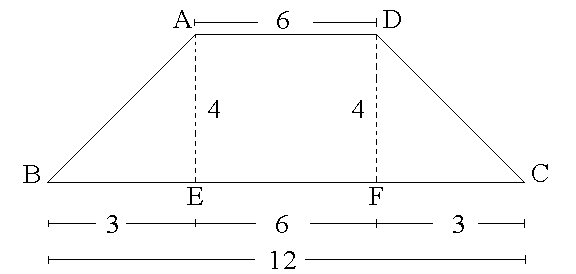
En el trapecio ABCD los lados AD y BC son paralelos (AD||BC), también se sabe que los lados AB y CD son iguales (AB=CD). Determine el perímetro del trapecio ABCD.



# Resolución

Llamemos AE y DF los segmentos perpendiculares a los lados AD y BC tal como muestra la figura:

En este caso los triángulos ABE y BDF son rectángulos con catetos 3 y 4; por consiguiente las hipotenusas AB y DC tienen un valor de 5.



Por lo tanto el perímetro del trapecio ABCD, es igual a:

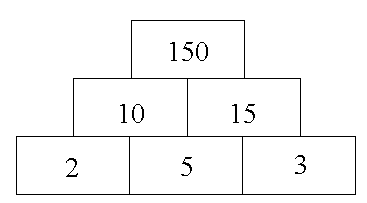
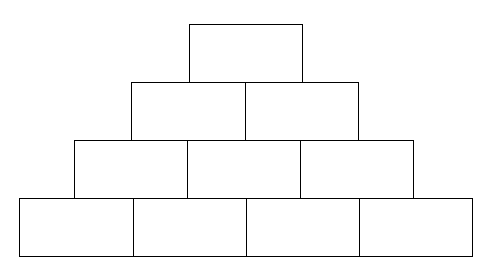
AB + BC + CD + AD = 5 + 12 + 5 + 6 = 28.

**Problema #3**

Escriba en cada casilla de la pirámide, un número natural mayor que 1, de modo que:

* La casilla superior tenga escrito el 94.500
* El número escrito en cada casilla sea igual al producto de los números escritos en las dos casillas sobre las que está apoyada.

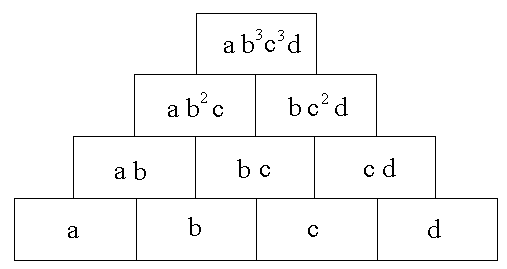
Ejemplo:



# Resolución

Para este problema es interesante observar cómo se propagan los números en la pirámide, que lo hace tal como lo muestra el gráfico.

La descomposición de 94.500 es 22.33.53.7



De ahí que las posibilidades para a, b, c, d son:

4 – 3 – 5 – 7 y 4 – 5 – 3 – 7

7 – 3 – 5 – 4 y 7 – 5 – 3 – 4

**Problema #4** Se trazan todas las diagonales de un polígono de 2015 lados. ¿Cuántas diagonales se han trazado?

**Problema #4**

Se trazan todas las diagonales de un polígono de 2015 lados. ¿Cuántas diagonales se han trazado?

1ra SOLUCIÓN:

Sabemos que un polígono de n lados tiene n vértices. Si nos situamos en un vértice cualquiera, todas las líneas que vayan a los otros vértices son diagonales, exceptuando a los vértices adyacentes, y al propio vértice desde donde las trazo. Es decir, desde un vértice puedo trazar (n – 3) diagonales. Como tengo n vértices, quiere decir que tengo n(n – 3) diagonales. Pero, …¡UN MOMENTO! ¡Estoy SOBRECONTANDO! Ya que estoy considerando a las líneas AB y BA como diagonales distintas. Por tanto:  
n(n – 3)/2.

2da SOLUCIÓN:

Hallemos todas las rectas que pueden formarse con n puntos. Una recta es definida por 2 puntos. Por tanto, todas las maneras de elegir n de 2 formas será esa cantidad. O sea:

C (n, 2) =

Como n rectas son lados, debemos restarlas de esta cantidad y lo que quede serán diagonales. Así:

= =

**Problema #5**

Asignar a cada una de las letras a, b, c, d, e uno de los números 71, 76, 80, 82, 91, sin repeticiones, de manera que a + b sea múltiplo de 2, a + b + c sea múltiplo de 3, a + b + c + d sea múltiplo de 4 y a + b + c + d + e sea múltiplo de 5.

SOLUCIÓN:

Como a + b es par, solo aplicarían las parejas (71, 91), (76, 80), (76, 82) y (80, 82).

A estas parejas debemos agregar un tercer elemento c, tal que formen una terna cuya suma sea divisible para 3. La primera pareja queda excluída porque ni siquiera hay otro valor que haga que su suma sea impar.

Por lo pronto, tendríamos: (76, 80, 71), (76, 80, 91), (76, 82, 71), (76, 82, 91), (80, 82, 71) y (80, 82, 91). **De éstas, la suma es divisible para 3, solo con (76, 82, 91).**

Claramente, c = 91. Pero, también: a + b = 76 + 82 = 82 + 76

A la terna que nos queda tenemos que añadir un valor d, tal que la suma de los elementos de la cuaterna sea múltiplo de 4. Como la suma de los elementos de las ternas es impar, el cuarto elemento está obligado a ser impar. El único que nos queda es: d = 71.

Veamos si la suma de los elementos es múltiplo de 4:

76 + 82 + 91 + 71 = 320 es múltiplo de 4

Finalmente a 76 + 82 + 91 + 71 = 320 debemos añadir un quinto elemento tal que la suma sea múltiplo de 5. El único que nos queda es 80, que añadido a los valores anteriores es un múltiplo de 5. Por tanto: e = 80.

Luego, nos quedan dos soluciones:

a b c d e y a b c d e

76 82 91 71 80 82 76 91 71 80

**Problema #6**

Halle todos los enteros positivos que son menores que 1000 y que cumpla con la siguiente condición: el cubo de la suma de sus dígitos es igual al cuadrado de dicho entero

**SOLUCIÓN DE RUI VIANA FILHO**

Denotamos s(n) a la suma de los dígitos de . Debemos determinar todos los , tales que

Por un lado, , y por otro, como es un cuadrado perfecto, debe ser un cuadrado perfecto. En efecto, sea la factorización en primo de . Entonces , y como es un cuadrado perfecto, cada uno de los exponentes es par. Pero entonces son todos pares,lo que significa que es un cuadrado perfecto. Por lo tanto es un cuadrado perfecto menor o igual que 27, de modo que los posibles valores de son 1, 4, 9, 16,25.

Si , tenemos . Luego que es una solución.

Si , obtenemos . Entonces pero de modo que 8 no es una solución.

Si , la condición nos da . Luego que es una solución, pues

Si , entonces . En tal caso, pero de modo que 64 no es la solución.

Si , obtenemos . Entonces que no es la solución, pues

En conclusión, los números que resuelvan el problema son 1 y 27.